

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНО ИЗМЕНЕНИЯ ФОРМЫ ОБЛАСТИ

Дж.И.ЗЕЙНАЛОВ, А.А.НИФТИЕВ, Х.Дж.ЭФЕНДИЕВА

Институт Прикладной Математики БГУ

aniftiyev@yahoo.com

В настоящей работе рассматривается задача оптимального управления, связанная с изменением формы тела. Пара областей, характеризующая форму тела, описывается одним дифференциальным уравнением. Требуется определить внешние силы тела так, чтобы его форма в конечный момент времени была ближе к заранее заданному состоянию. Для этой задачи получен аналог принципа максимума и используя это, предлагается численный алгоритм для решения таких задач.

1. Введение.

Широкий класс задач практики приводит к изучению изменения формы рассматриваемого объекта или тела относительно времени ([1,2]). Примерами таких задач являются диффузионные процессы, задачи расширения или сжатия тела от тепла, задачи теории упругости, экологические задачи, задача распространения нефтяного пятна на поверхности моря, биологические процессы и т.д.

При исследовании этих задач, как правило, изучаются изменения точек тела относительно времени. Однако, часто представляет интерес не изменение точек тела, а изменение его формы. Изучение задачи в такой постановке связано с некоторыми математическими трудностями. Это, в первую очередь, связано с определением скорости изменения области, характеризующей форму тела.

Для исследования таких задач в работе определяется скорость изменения формы области в линейном пространстве пары выпуклых множеств. Такое определение изменения области дает возможность исследовать широкий класс таких практических задач, как задачи оптимального управления.

2. Пространство выпуклых множеств.

Пусть M - совокупность выпуклых замкнутых ограниченных множеств в \mathbb{R}^n . Функция

$$P_D(x) = \sup_{l \in D} (l, x), \quad x \in D, \quad (1)$$

называется опорной функцией множества $D \in M$, где $P_D(x)$ является непрерывно-выпуклой и положительно однородной ([3]). Последнее означает, $P_D(\lambda x) = \lambda P_D(x)$, $\lambda \geq 0$. Формула (1) каждому выпуклому замкнутому ограниченному $D \in M$ сопоставляет выпуклую, непрерывную, положительно од-

нородную функцию $P_D(x)$. Верно и обратное: для каждой непрерывно-выпуклой, положительно-однородной функции $P(x)$ существует единственное замкнутое выпуклое ограниченное множество $D \in M$, такое что $P(x) = P_D(x)$. Множество D , совпадает с субдифференциалом функции $P(x)$ в точке $0 \in R^n$ ([3]).

Пусть $a = (A, A_2)$, $b = (B_1, B_2)$, $A_i, B_i \in M$, $i=1, 2$, B – единичный шар, $S_B = \partial B$ – единичная сфера. В [3] показано, что пространство $M \times M$ линейное. Скалярное произведение $a \bullet b$ в $M \times M$ определим следующим образом

$$a \bullet b = \int_{S_B} p(x)q(x)ds, \quad (2)$$

здесь $p(x) = P_{A_1}(x) - P_{A_2}(x)$, $q(x) = P_{B_1}(x) - P_{B_2}(x)$, $P_{A_i}(x), P_{B_i}(x)$ – опорные функции множеств A_i и B_i , $i=1, 2$, соответственно.

Показано, что $a \bullet b$ удовлетворяет всем аксиомам скалярного произведения. Пространство $M \times M$ со скалярным произведением (2) обозначено через ML_2 . Расстояние в этом пространстве между множествами $A \in M$ и $B \in M$ определяется как норма элемента $a = (A, 0) - (B, 0) = (A, B)$

$$\|a\|_{ML_2} = \sqrt{a \bullet a} = \left(\int_{S_B} [P_A(x) - P_B(x)]^2 ds \right)^{1/2}. \quad (3)$$

Пусть в момент времени $t \in [0, T]$ изучаемая область имеет форму $D(t)$. При изменении t область $D(t)$ также меняется. Скорость изменения области $D(t)$ характеризуется величиной

$$\frac{\partial P_{D(t)}(x)}{\partial t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_{D(t+\Delta t)}(x) - P_{D(t)}(x)}{\Delta t}, \quad x \in S_B.$$

Если существуют области $V_1(t), V_2(t) \in M$, $t \in [0, T]$, такие, что

$$\frac{\partial P_{D(t)}(x)}{\partial t} = P_{V_1(t)}(x) - P_{V_2(t)}(x),$$

то величину $\dot{D}(t) = (V_1(t), V_2(t)) \in M \times M$ мы будем называть скоростью изменения области $D(t)$. Например, если $D(t) = B_t$ является шаром с радиусом t , с центром в начале координат, то $P_{D(t)} = t \cdot \|x\|$. ([3]). Тогда $\dot{D}(t) = (B, 0)$.

Если $D(t)$ есть прямоугольник

$$D(t) = \{(x_1, x_2) : 0 \leq x_1 \leq 2t, 0 \leq x_2 \leq t\},$$

то $\dot{D}(t) = (D(1), 0)$.

Для любого t рассмотрим пару $d(t) = (D_1(t), D_2(t)) \in M \times M$. Записывая $d(t) = (D_1(t), 0) - D_2(t), 0$ и предполагая, что $\dot{D}_1(t), \dot{D}_2(t) \in M \times M$, мы аналогично определяем $\dot{d}(t) = \dot{D}_1(t) - \dot{D}_2(t) \in M \times M$.

3. Постановка задачи и основной результат.

Пусть пара областей $d(t) = (D_1(t), D_2(t))$, характеризующая изучаемый объект, является решением следующей задачи

$$\dot{d}(t) = a(t)d(t) + v(t), t \in [0, T], \quad (4)$$

$$d(0) = d_0, \quad (5)$$

где $T > 0$ заданное число, $d(0) = (D_1(0), D_2(0))$, функции $a(t)$, $t \in [0, T]$ и $d_0 \in M \times M$ заданы и $v(t) \in M \times M$. Будем предполагать, что функция $a(t)$ непрерывна по t на $[0, T]$.

Требуется найти $v(t) = (V_1(t), V_2(t)) \in M \times M$, измеримое по t на $[0, T]$, так, чтобы в момент времени T $d(T)$ была ближе к заранее заданному элементу $z = (Z_1, Z_2) \in M$.

Математически это задача приводится к минимизации функционала

$$J(v) = \|d(T) - z\|_{ML_2}^2 \rightarrow \min,$$

при условиях (4), (5). Этот функционал можно записать в следующей эквивалентной форме

$$J(v) = \int_{S_B} [P_{d(T)}(x) - P_{z(Z)}(x)]^2 ds,$$

где $P_{d(T)}(x) = P_{D_1(T)}(x) - P_{D_2(T)}(x)$, $P_{z(Z)}(x) = P_{Z_1(Z)}(x) - P_{Z_2(Z)}(x)$.

Здесь мы будем рассматривать «возмущенный» функционал следующего вида

$$J(v) = \|d(T) - z\|_{ML_2}^2 + \alpha \int_0^T \|v(t)\|_{ML_2}^2 \rightarrow \min, \quad (6)$$

где $\alpha \geq 0$ заданное число.

Пусть множество управлений имеет вид

$$K = \{v = (V_1(t), V_2(t)) \in M \times M, V_0 \subset V_i \subset \bar{V}_0, i = 1, 2, \forall t \in [0, T]\} \quad (7)$$

где $V_0, \bar{V}_0 \in M$ – заданные ограниченные выпуклые области. Известно, что если $(A, B) = (C, D)$, то $P_A(x) - P_B(x) = P_C(x) - P_D(x)$ ([3]). Тогда учитывая, что $d(t) = (D_1(t), D_2(t)) \in M \times M$, уравнение (4) можно написать в эквивалентной форме

$$\frac{\partial P_{d(t)}(x)}{\partial t} = a(t)P_{d(t)}(x) + P_{v(t)}(x), \quad x \in S_B, \quad (8)$$

или

$$\frac{\partial P_{D_1(t)}(x)}{\partial t} - \frac{\partial P_{D_2(t)}(x)}{\partial t} = a(t)[P_{D_1(t)}(x) - P_{D_2(t)}(x)] + P_{V_1(t)}(x) - P_{V_2(t)}(x), \quad x \in S_B.$$

Лемма. Для любого заданного $v \in K$ задача (4), (5) имеет единственное решение $d(t) \in M \times M$, $t \in [0, T]$.

Доказательство. Возьмем

$$P_i(t, x) = \exp\left(\int_0^t a(\tau) d\tau\right) \left[P_{D_i(0)}(x) + \int_0^t \exp\left(-\int_0^\tau a(s) ds\right) P_{V_i(\tau)}(x) d\tau \right], \quad i=1,2 \quad (9)$$

и покажем, что для любого $t \in [0, T]$, функция $P_i(t, x)$, $i = 1, 2$ выпуклая.

Учитывая выпуклость множеств $D_i(0)$ и $V_i(t)$ из последнего получим

$$\begin{aligned} P_i\left(t, \frac{x_1 + x_2}{2}\right) &= \exp\left(\int_0^t a(\tau) d\tau\right) \left[P_{D_i(0)}\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) + \int_0^t \exp\left(-\int_0^\tau a(s) ds\right) P_{V_i(\tau)}\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) d\tau \right] \leq \\ &\leq \exp\left(\int_0^t a(\tau) d\tau\right) \left[\frac{1}{2} P_{D_i(0)}(x_1) + \frac{1}{2} P_{D_i(0)}(x_2) + \int_0^t \exp\left(-\int_0^\tau a(s) ds\right) \left(\frac{1}{2} P_{V_i(\tau)}(x_1) + \frac{1}{2} P_{V_i(\tau)}(x_2) \right) d\tau \right] \leq \\ &\leq \frac{1}{2} \exp\left(\int_0^t a(\tau) d\tau\right) \left[P_{D_i(0)}(x_1) + \int_0^t \exp\left(-\int_0^\tau a(s) ds\right) P_{V_i(\tau)}(x_1) d\tau \right] + \frac{1}{2} \exp\left(\int_0^t a(\tau) d\tau\right) \times \\ &\times \left[P_{D_i(0)}(x_2) + \int_0^t \exp\left(-\int_0^\tau a(s) ds\right) P_{V_i(\tau)}(x_2) d\tau \right] = \frac{1}{2} P_i(t, x_1) + \frac{1}{2} P_i(t, x_2). \end{aligned}$$

Это показывает, что функция $P_i(t, x)$ выпукла по $x \in R^n$, т.е. $P_i(t, x)$ непрерывно-выпуклая, положительно-однородная функция по $x \in R^n$. Тогда для любого $t \in [0, T]$ существует множество $D_i(t) \in M$, такое что $P_i(t, x) = P_{D_i(t)}(x)$. Множество $D(t)$, совпадает с субдифференциалом функции $P_i(t, x)$ в точке $0 \in R^n$ ([3]). Проверяя, можно видеть, что $P_d(x) = P_1(t, x) - P_2(t, x) = P_{D_1(t)}(x) - P_{D_2(t)}(x)$ удовлетворяет уравнению (8) и начальному условию (5). Доказать единственность решения задачи не представляет сложности. Лемма доказана.

Теорема. Пусть $v^* = (V_1^*(t), V_2^*(t)) \in K$ дает минимум функционалу (6), при условиях (4), (5). Тогда

$$g^* \bullet v^*(t) - \alpha \|v^*(t)\|^2 = \max_{v \in K} [g^* \bullet v - \alpha \|v\|^2] \quad \forall t \in (0, T). \quad (10)$$

Здесь $g^* = -2[d^*(T) - z] \cdot e^{\int_0^T a(\tau) d\tau}$ и $d^* = d^*(t)$ является решением задачи (4), (5) при $v = v^*(t)$.

Доказательство. Возьмем любое $v = (V_1(t), V_2(t)) \in K$. Решение задачи (4), (5), соответствующее v обозначим через $d(t)$.

Полагая $h(t) = d(t) - d^*(t)$ из (4), (5) получим

$$\dot{h}(t) = a(t)h(t) + v(t) - v^*(t) \quad (11)$$

$$h(0) = 0. \quad (12)$$

Уравнение (11) можно написать в следующей эквивалентной форме

$$\frac{\partial P_{d(t)}(x)}{\partial t} - \frac{\partial P_{d^*(t)}(x)}{\partial t} = a(t)[P_{d(t)}(x) - P_{d^*(t)}(x)] + [P_{v(t)}(x) - P_{v^*(t)}(x)], \quad x \in S_B, \quad (13)$$

$$P_d(x) = P_{D_1(t)}(x) - P_{D_2(t)}(x), P_{d^*}(x) = P_{D_1^*(t)}(x) - P_{D_2^*(t)}(x), P_{v(t)}(x) = P_{V_1^*(t)}(x) - P_{V_2^*(t)}(x).$$

Возьмем любое $g(t) = (G_1(t), G_2(t)) \in M \times M$. Уравнение (13) умножаем на

$$P_g(x) = P_{G_1(t)}(x) - P_{G_2(t)}(x) \text{ и интегрируем по } (0, T) \times S_B. \text{ Тогда}$$

$$\begin{aligned} & \int_{S_B} P_{g(t)}(x) \cdot [P_{d(t)}(x) - P_{d^*(t)}(x)] ds /_0^T + \int_0^T \int_{S_B} \left[-\frac{\partial P_{g(t)}(x)}{\partial t} - a(t)P_{g(t)}(x) \right] \times \\ & \times [P_{d(t)}(x) - P_{d^*(t)}(x)] dt - \int_0^T \int_{S_B} [P_{v(t)}(x) - P_{v^*(t)}(x)] P_{g(t)}(x) ds dt = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Теперь вычисляем приращение функционала (6).

$$\begin{aligned} \Delta J \equiv J(v) - J(v^*) &= 2 \int_{S_B} [P_{d(T)}(x) - P_z(x)] \cdot [P_{d(T)}(x) - P_{d^*(T)}(x)] ds + \\ &+ \int_{S_B} [P_{d(T)}(x) - P_{d^*(T)}(x)]^2 ds + \alpha \int_0^T \|v(t)\|_{ML_2}^2 dt - \alpha \int_0^T \|v^*(t)\|_{ML_2}^2 dt. \end{aligned} \quad (15)$$

Добавляя (14) в (15) (так как правая сторона (14) равна нулю) и учитывая, что по условию (12) $P_{d(0)}(x) - P_{d^*(0)}(x) = 0$, имеем

$$\begin{aligned} \Delta J &= 2 \int_{S_B} [P_{d^*(T)}(x) - P_z(x)] \cdot [P_{d(T)}(x) - P_{d^*(T)}(x)] ds + \int_{S_B} [P_{d(T)}(x) - P_{d^*(T)}(x)]^2 ds. \\ &+ \int_{S_B} P_{g(T)}(x) \cdot [P_{d(T)}(x) - P_{d^*(T)}(x)] ds + \int_0^T \int_{S_B} \left[-\frac{\partial P_{g(t)}(x)}{\partial t} - a(t)P_{g(t)}(x) \right] \cdot [P_{d(t)}(x) - P_{d^*(t)}(x)] dt - \\ &- \int_0^T \int_{S_B} [P_{v(t)}(x) - P_{v^*(t)}(x)] P_{g(t)}(x) ds dt + \alpha \int_0^T \|v(t)\|_{ML_2}^2 dt - \alpha \int_0^T \|v^*(t)\|_{ML_2}^2 dt = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

Пусть $g(t) = (G_1(t), G_2(t)) \in M \times M$ является решением задачи

$$\dot{g}(t) = -a(t)g(t), \quad t \in (0, T], \quad g(T) = -2[d^*(T) - z]. \quad (17)$$

Учитывая обозначение $h(t) = d(t) - d^*(t)$ и определение нормы (3), из (15) получим

$$\Delta J = \int_0^T \left[-(v(t) - v^*(t)) \bullet g(t) + \alpha \|v(t)\|^2 - \alpha \|v^*(t)\|^2 \right] dt + \|h(T)\|_{ML_2}^2. \quad (18)$$

Обозначим $r(t, x) = P_{d(t)}(x) - P_{d^*(t)}(x)$. Тогда задачу (11), (12) можно написать в следующей эквивалентной форме

$$\frac{\partial r(t, x)}{\partial t} = a(t)r(t, x) + [P_{v(t)}(x) - P_{v^*(t)}(x)], \quad (19)$$

$$r(0, x) = 0, \quad x \in S_B. \quad (20)$$

Интегрируя уравнение (19) при условии (20) получим

$$|r(t, x)| \leq C_1 \int_0^t |r(\tau, x)| d\tau + \int_0^t |P_{V_1(\tau)}(x) - P_{V_1^*(\tau)}(x)| d\tau + \int_0^t |P_{V_2(\tau)}(x) - P_{V_2^*(\tau)}(x)| d\tau,$$

где $C_1 = \|a\|_{C(0, T)}$. Здесь, и в дальнейшем через C_i , $i = 1, 2, \dots$ будем обозначать константы.

Применяя лемму Грануолла ([6]) получим

$$|r(t, x)| \leq C_2 \left[\int_0^t |P_{V_1(\tau)}(x) - P_{V_1^*(\tau)}(x)| d\tau + \int_0^t |P_{V_2(\tau)}(x) - P_{V_2^*(\tau)}(x)| d\tau \right], \quad x \in S_B.$$

Учитывая обозначение $r(t, x) = P_{d(t)}(x) - P_{d^*(t)}(x)$, из последнего получим

$$|P_{d(t)}(x) - P_{d^*(t)}(x)|^2 \leq C_2^2 \left[\int_0^t |P_{V_1(\tau)}(x) - P_{V_1^*(\tau)}(x)| d\tau + \int_0^t |P_{V_2(\tau)}(x) - P_{V_2^*(\tau)}(x)| d\tau \right]^2 \quad (21)$$

Пусть $t \in [0, T]$ является точкой Лебега функции $(v(t) - v^*(t)) \bullet g(t) - \alpha \|v(t)\|^2$. Возьмем малое $\varepsilon > 0$ и

$$V_i(\tau) = \begin{cases} U_i, & \tau \in [t, t + \varepsilon] \\ V_i^*(t), & \tau \in [0, T] \setminus [t, t + \varepsilon] \end{cases},$$

где $U_i \in K$ произвольная выпуклая область. Тогда из (21) получим

$$\begin{aligned} |P_{d(t)}(x) - P_{d^*(t)}(x)|^2 &\leq C_2^2 \left[\int_t^{t+\varepsilon} |P_{U_1(\tau)}(x) - P_{V_1^*(\tau)}(x)| d\tau + \int_0^t |P_{U_2(\tau)}(x) - P_{V_2^*(\tau)}(x)| d\tau \right]^2 \leq \\ &\leq \varepsilon C_2^2 \left[\int_t^{t+\varepsilon} |P_{U_1(\tau)}(x) - P_{V_1^*(\tau)}(x)|^2 d\tau + \int_0^t |P_{U_2(\tau)}(x) - P_{V_2^*(\tau)}(x)|^2 d\tau \right]. \end{aligned}$$

Интегрируя по S_B и учитывая, что $v(t) = (V_1(t), V_2(t))$ и $v^*(t) = (V_1^*(t), V_2^*(t))$ из последнего имеем

$$\|h(t)\|_{ML_2}^2 \leq \varepsilon C_3 \int_t^{t+\varepsilon} \|u - v^*(t)\|_{ML_2}^2 dt \quad (22)$$

Здесь $u = (U_1, U_2) \in M \times M$.

Принимая во внимание, что $v^* = v^*(t) \in K$ является решением задачи (4)-(6) и из (18) при условиях (22) получим

$$\Delta J = \int_t^{t+\varepsilon} \left[-(u - v^*(t)) \bullet g(t) + \alpha \|u\|^2 - \alpha \|v^*(t)\|^2 \right] dt + \varepsilon C \int_t^{t+\varepsilon} \|u - v^*(t)\|_{ML_2}^2 dt \geq 0.$$

Поделив на ε и переходя к пределу при $\varepsilon \rightarrow +0$ получим

$$-(u - v^*(t)) \bullet g(t) + \alpha \|u\|^2 - \alpha \|v^*(t)\|^2 \geq 0, \quad \forall t \in (0, T). \quad (23)$$

Принимая во внимание, что $g(t)$ является решением задачи (17), имеем

$$g^* = -2[d^*(T) - z] \cdot e^{\int_0^T a(\tau) d\tau}.$$

Учитывая, это в (23) приходим к неравенству (10).
Теорема доказана.

4. Алгоритм для численного решения.

На основе формулы (10) можно предложить следующий численный алгоритм для решения задачи (4)-(6). Отметим, что, если множество K имеет вид (7), то условие $V_0 \subset V \subset \bar{V}_0$ эквивалентно следующему условию $P_0(x) \leq P_V(x) \leq \bar{P}_0(x)$, $x \in S_B$. Здесь, соответственно, через $P_0(x)$, $\bar{P}_0(x)$ обозначены опорные функции области V_0 , \bar{V}_0 фигурирующие в (7).

Шаг 1. Выбираем начально управление пар областей $(V_1^{(0)}, V_2^{(0)})$, удовлетворяющей ограничению (7). Считаем, что $V^{(m)} \in K$, $m = 0, 1, 2, \dots$ уже известно.

Шаг 2. Решив задачи (4), (5) при $v = v^{(m)}$, находим $d_m(t)$.

Шаг 3. Находим выпуклые положительно однородные функции $P^{(m)}(x)$, как решение задачи

$$I_m = \exp\left\{\int_t^T a(\tau) d\tau\right\} \cdot \int_{S_B} [P_{D_1^{(m)}}(x) - P_{Z_1}(x)] P_1(t, x) ds + \int_{S_B} [P_{D_2^{(m)}}(x) - P_{Z_2}(x)] P_2(t, x) ds - \\ - 2\alpha \int_{S_B} [P_{V_1^{(m)}}(x) P_1(t, x) + P_{V_2^{(m)}}(x) P_2(t, x)] ds \rightarrow \max \quad (24)$$

$$P_0(x) \leq P_i(t, x) \leq \bar{P}_0(x), \quad x \in S_B$$

Шаг 4. Вспомогательный элемент $\bar{v}^{(m)}(t) = (\bar{V}_1^{(m)}(t), \bar{V}_2^{(m)}(t))$ находится как субдифференциал функции $P_i^{(m)}(t, x)$ в точке $0 \in R^n$ ([3]), т.е.

$$\bar{V}_i^{(m)}(t) = \partial P_i^{(m)}(0) = \left\{ l \in R^n : P_i^{(m)}(t, x) \geq (l, x), \quad \forall x \in R^n \right\} \quad (25)$$

Шаг 5. Следующий элемент $\bar{v}^{(m+1)}(t) = (\bar{V}_1^{(m+1)}(t), \bar{V}_2^{(m+1)}(t))$ определяется из следующего соотношения

$$V_i^{(m+1)} = (1 - \alpha_m) V_i^{(m)} + \alpha_m \bar{V}_i^{(m)}, \quad 0 \leq \alpha_m \leq 1, \quad (26)$$

где α_m выбирается из условия

$$J(v^{(m+1)}) \leq J(v^{(m)}).$$

Итерация продолжается до выполнения некоторого критерия точности. Критерием точности может быть

$$\|v^{(m+1)} - v^{(m)}\|_{ML_2} \leq \varepsilon, \quad \forall t \in (0, T)$$

или

$$|J(v^{(m+1)}) - J(v^{(m)})| \leq \varepsilon,$$

где $\varepsilon > 0$ заданное число.

Предлагаемый алгоритм аналогичен методу условного градиента ([6]).

ЛИТЕРАТУРА

1. Троицкий В.А., Петухов Л.В. Оптимизация формы упругих тел. М.: Наука, 1982, 432 с.
2. Муравей Л.А. Задача управления границей для эллиптических уравнений // Вест. Моск.ун-та, сер. 15, Вычисл.матем. и киберн., 1998, № 3, с. 7-13.
3. Демьянов В.Ф., Рубинов А.М. Основы негладкого анализа и квазидифференциального исчисления. М.: Наука, 1990, 400 с.
4. Нифтиев А.А., Гасымов Ю.С. Управление границами и задачи на собственные значения с переменной областью. Баку: 2004, БГУ, 185 с.
5. Нифтиев А.А., Ахмедов Э.Р. Вариационная постановка обратной задачи относительно области // Дифференциальные уравнения, 2007, т.43, № 10, с. 1410-1416.
6. Васильев Ф.П. Методы решения экстремальных задач. М.: Наука, 1981, 400 с.
7. Haslinger I., Makinen R.A. Introduction to shape optimization. SIAM. Philadelphia, 2003, 510 p.
8. Борисович В.Д., Гельман А.Д., Обуховский В.В. Введение в теорию многозначных отображений дифференциальных включений. М.: Ком. Книги, 2005, 216 с.

OBLASTIN FORMASININ DƏYİŞMƏSİ İLƏ BAĞLI BİR OPTİMAL İDARƏETMƏ MƏSƏLƏSİ

C.İ.ZEYNALOV, A.A.NİFTİYEV, H.C.ƏFƏNDİYEV

XÜLASƏ

İşdə cismin formasının dəyişməsi ilə bağlı bir optimal idarəetmə məsələsinə baxılır. Cismin formasını xarakterizə edən oblastlar cütü adi diferensial tənliyin həllidir. Cismə təsir edən xarici qüvvəni elə seçmək tələb olunur ki, onun son vəziyyəti əvvəlcədən verilmiş formaya yaxın olmuş olsun. Bu məsələ üçün maksimum prinsipi isbat olunur və belə məsələlərin ədədi həlli üçün şərti qradiyent üsuluna analoji üsul təklif olunur.

THE OPTIMAL CONTROL PROBLEM RELATED WITH THE CHANGE OF THE DOMAIN FORM

J.I.ZEYNALOV, A.A.NIFTIYEV, H.J.AFANDIYEVA

SUMMARY

The presented paper studies the optimal control problem connected with the domain evolution. The domain movement, characterizing the form of a body is described by an ordinary differential equation. The external force to the domain should be defined in such a way that its final condition is closer to the foregiven domain. The analogue of the maximum principle is proved for the problem and the numerical algorithm is offered for the solution of such problems using this result.